

## Übungsblatt 5

Abgabe bis Montag, den 29. November um 16 Uhr

### Aufgabe 1 (4 Punkte)

Sei  $U = \{0, \dots, |U| - 1\}$  die Menge aller möglichen Schlüssel, sei  $m$  die Größe der Hashtabelle, und sei  $p$  eine Primzahl größer als  $m$  und größer gleich  $|U|$ . Betrachte die Menge  $\mathcal{H}$  aller Hashfunktionen von der Form  $h(x) = (a \cdot x + b) \bmod p \bmod m$ , wobei  $a, b \in \{0, \dots, p - 1\}$ . (Das heißt, es gibt  $p^2$  Hashfunktionen in dieser Menge.)

Zeigen Sie, dass  $\mathcal{H}$   $c$ -universell ist, mit  $c = \lceil p/m \rceil / (p/m)$ . Sie haben dafür folgende 2 Optionen.

Option 1: Beweisen Sie die Aussage mathematisch. Hinweis: Zeigen Sie dazu, dass die Anzahl aller  $a, b \in \{0, \dots, p - 1\}$ , so dass  $(a \cdot x + b) \bmod p \bmod m = (a \cdot y + b) \bmod p \bmod m$ , gerade  $\lceil p/m \rceil \cdot p$  ist.

Option 2: Verifizieren Sie die Aussage experimentell, indem Sie für eine große Menge von zufälligen Schlüsseln  $x$  und  $y$  mit  $x \neq y$  und zufälligen Hashfunktionen  $h \in \mathcal{H}$  zählen, wie oft  $h(x) = h(y)$ , und daraus einen Schätzwert für die Kollisionswahrscheinlichkeit ermitteln.

### Aufgabe 2 (5 Punkte)

Implementieren Sie eine Klasse *HashMap*, die ein assoziatives Array mit Schlüsseln vom Typ *integer* und Elementen von einem beliebigen Typ  $T$  realisiert. Benutzen Sie dabei die Hashfunktion aus Aufgabe 1. Eine Deklaration der Klasse mit Kommentaren zu den einzelnen Methoden und Membervariablen finden Sie in *musterloesungen/uebungsblatt-5/HashMap.h*.

Schreiben Sie wie immer (sinnvolle) Tests für Ihre Methoden.

### Aufgabe 3 (1 Punkt)

Committen Sie wie gehabt alles in das SVN (in einen neuen Unterordner *uebungsblatt-5*) und vergessen Sie nicht die *erfahrungen.txt* (in eben diesem Unterordner).